

Difficultés / obstacles Quelles pratiques ? (Re)médiation(s)

Ce qui compte,
ne peut pas toujours être compté,

et ce qui peut-être compté
ne compte pas forcément.

Albert Einstein

Michel VINAIS

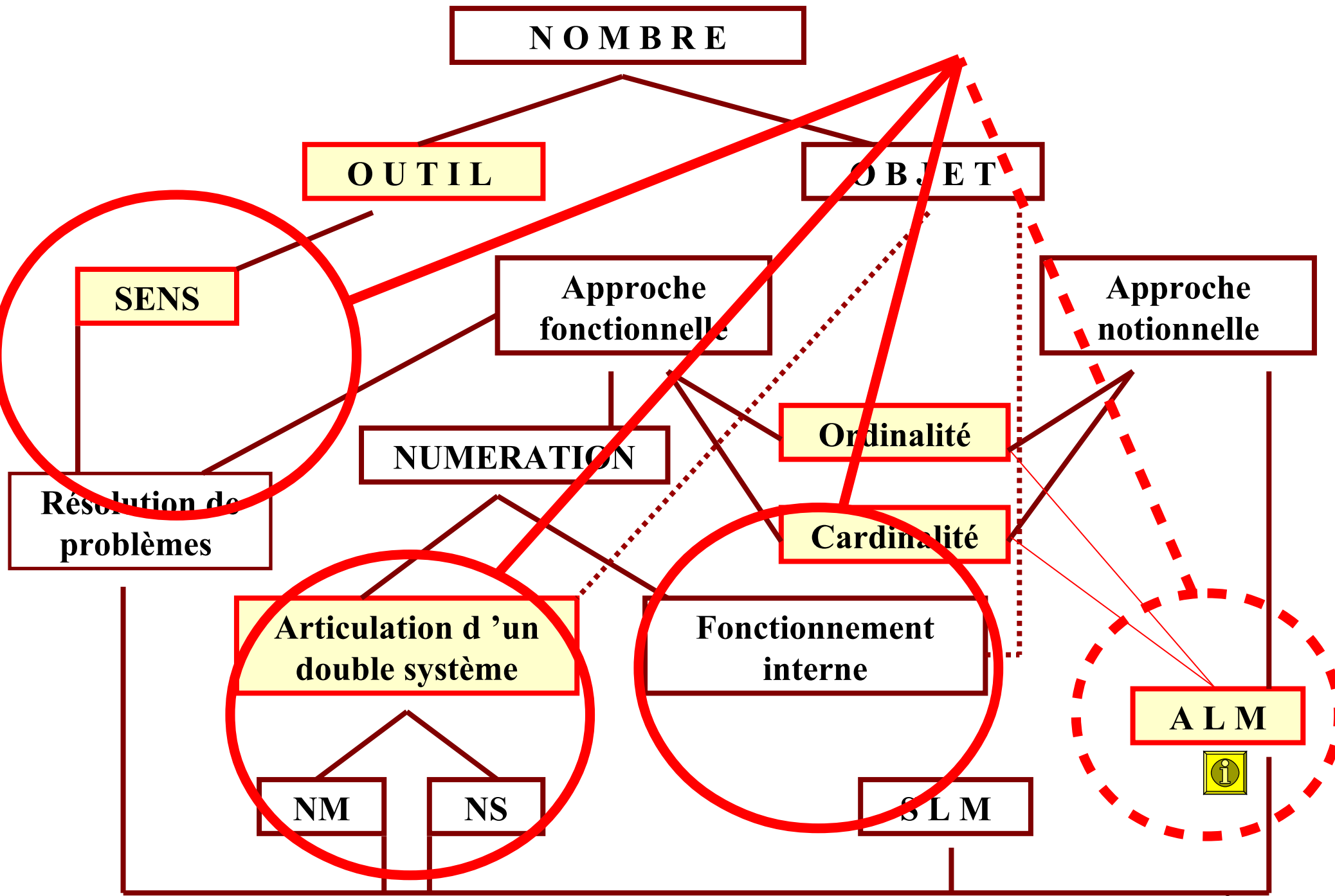
Ancien responsable filière ASH.- Université d'Orléans

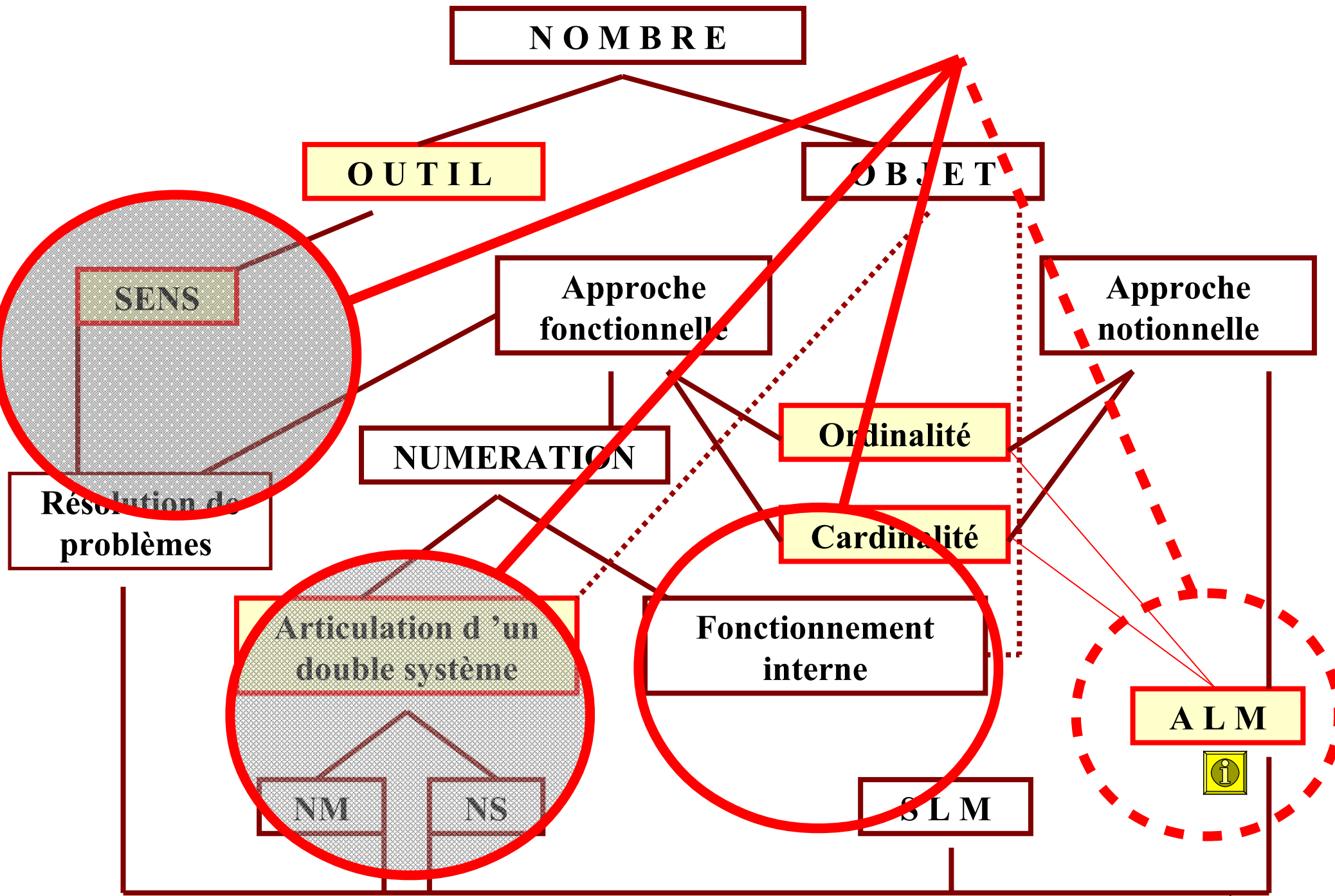
Chargé de cours IFUCOME - Université d'Angers

michelvinais@orange.fr

Les nombres constituent un concept complexe et multidimensionnel. Une compréhension approfondie en numération nécessite non seulement la capacité de compter et de reconnaître les symboles, mais aussi une compréhension des rapports complexes entre « plus » et « moins » et entre « la partie » et « le tout », du rôle particulier de certains nombres comme cinq et dix, des liens entre les nombres, les quantités réelles et les mesures dans le milieu, etc.

Ceci amène à quelques rappels :





Questionnement lors des situations proposées aux élèves

Questionner pour la réflexion plutôt que pour l'évaluation.

Questionner, plutôt que fournir l'information.

Questionner : la qualité plutôt que la quantité.

Ainsi par le questionnement :

- l'élève reconnaît ce qu'il a fait et même bien fait;
- l'élève établit des liens ou ...
- l'élève apprend.



Identification difficultés/obstacles

Analyse >> hypothèses

Projet

Outil(s)

(Multibases, KLM, jeux, Cuisenaire, Montessori, abaques, création...)

Question : qu'apporte cet outil qui ne serait pas jouable sans lui ?

Séance (Re-)médiation

Faire ... Dire ... représenter...

Mesure 5

Dès le plus jeune âge mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur

- la manipulation
- la verbalisation
- l'abstraction

Rapport Villiani-Torossian

Structures Logico-Mathématiques

“Toute connaissance, tout progrès, toute transformation de notre intelligence est toujours une reconstruction endogène de données exogènes fournies par l’expérience.”

Une structure qui définit un stade est un système d’actions ou d’opérations avec des lois de coordinations (ou de composition) réversibles.”

Elle est cette capacité à exécuter une action dans les deux sens, en “ayant conscience” qu’il s’agit de la même action.

L'abstraction est ce qui nous permet d'aller au-delà de quelques cas particuliers vers quelque chose de plus général.

Par exemple, c'est grâce à l'abstraction que nous pouvons aller au-delà d'un, deux ou trois triangles particuliers et d'en arriver à l'idée générale de triangle (c'est le sens de Barth dans "Apprentissage de l'abstraction", on est dans une forme de généralisation).

L'abstraction a fait l'objet de réflexions soutenues depuis Aristote; plusieurs idées et théories ont été développées à ce sujet et plus récemment (mes sources entre autres): Piaget, Vygotski, BM Barth, O Houdé, Université de Québec Laval, et Univ. Ontario...) Malgré leurs différences conceptuelles, ces idées et théories s'entendent sur un point : l'abstraction que fait un sujet n'est pas un acte instantané. **L'abstraction est un processus.**

Au cours de ce processus, le sujet mobilise des idées déjà acquises et arrive, à l'aide du langage, de symboles et d'artefacts culturels, à faire des liens qu'il ne faisait pas auparavant et à constituer ainsi une nouvelle idée.(Cf ci-dessous JPiaget abstraction réfléchissante!)

Une addition aussi simple que « $16 + 28$ » repose sur plusieurs niveaux de conceptualisation.

Au niveau 1, on a des objets concrets à additionner.
(Abstraction empirique en jeu, selon Piaget!)

Au niveau 2, on a un arrangement des mêmes objets concrets en concepts (« dizaines », « unités »).(abstraction réfléchissante selon Piaget)

Il ne faut pas oublier que l'abstraction n'est pas un acte contemplatif. L'abstraction est un processus (processus cognitif élémentaire (premier)) par lequel le sujet crée des liens et exprime son expérience à un niveau conceptuel plus riche.

Justement, on peut dire qu'on a fait une abstraction quand on a réussi à passer à un nouveau niveau de généralité.

L'abstraction repose donc sur un saut ou sur un changement conceptuel voire **sur une réorganisation des connaissances** (Cf Piaget / Houdé)

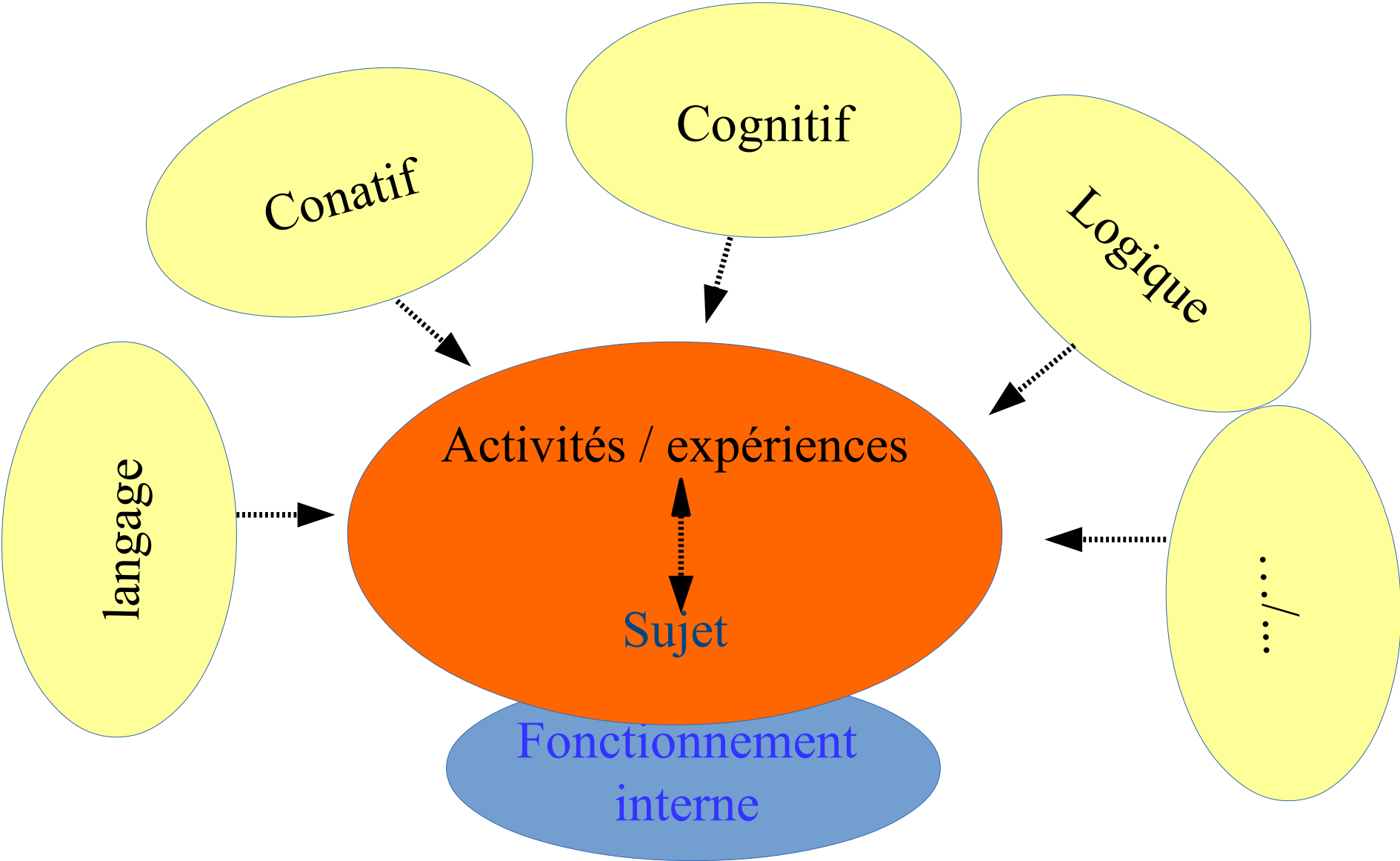
On peut apprendre une quantité importante de faits, mais si on n'arrive pas à les lier entre eux, à saisir ce qu'ils ont en commun, bref, à former un concept les liant, on ne pourra pas passer à un niveau conceptuel supérieur.

Rappel :
Penser c'est faire des liens !



Importance de la mise en mots **

** Cf L Vigotsky



Construction des connaissances :

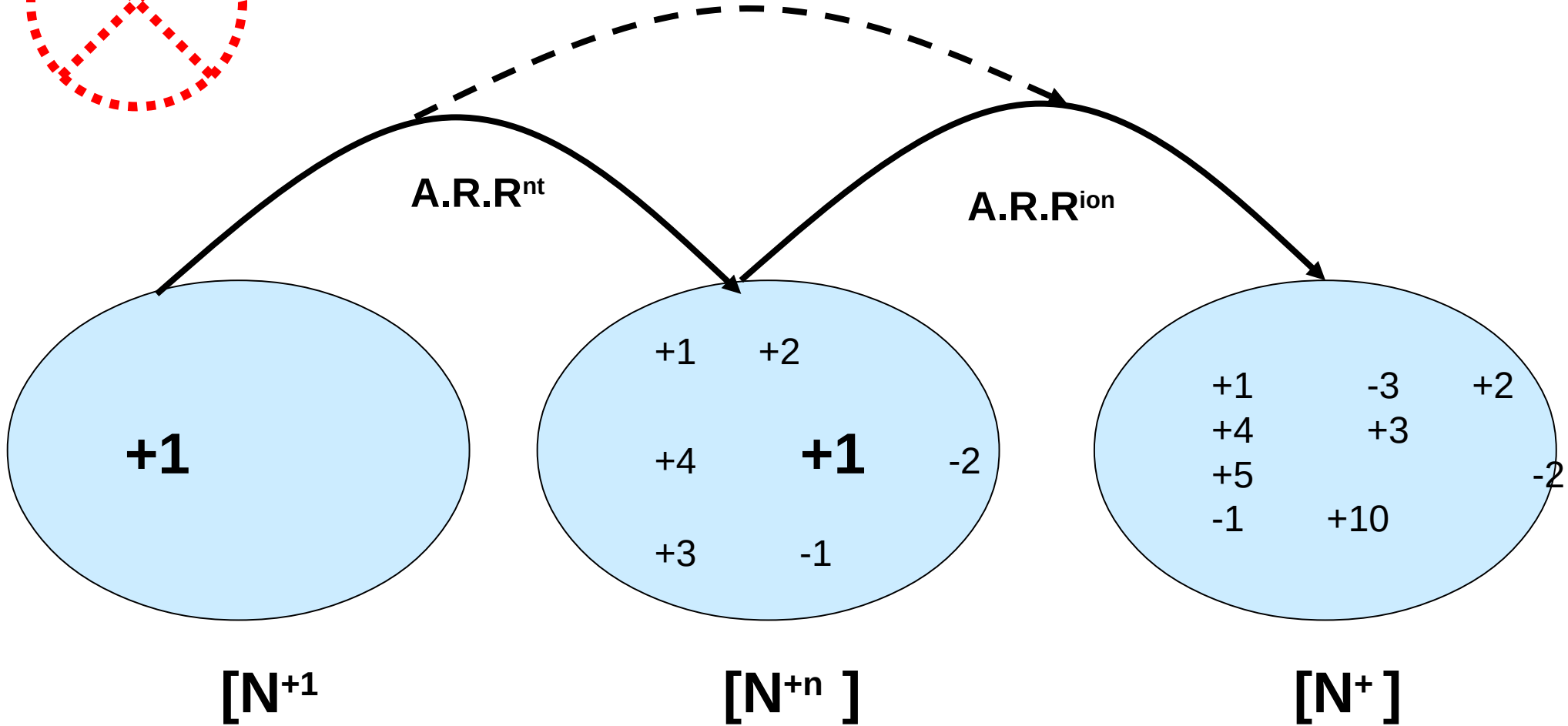
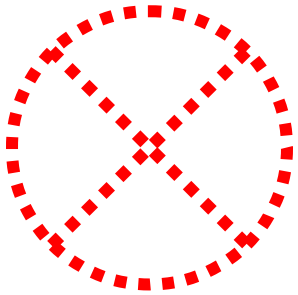
- Relation réel/sujet
- Les mécanismes internes au sujet : les différents types d'abstraction.

• *Exemple de la catégorisation*



• *Exemple du numérique*

Structure Logico-Mathématique (additive)



Structure additive.

ARR^{nt} : abstraction réfléchissante de type réfléchissement

ARR^{ion} : abstraction réfléchissante de type réflexion

Comprendre le système de numération (1)

- Rôle déterminant du cycle 2 dans la construction de la notion de dizaine, centaine, millier d'unités
- Importance de la manipulation effective de matériel de numération pour percevoir la dizaine comme un regroupement de dix unités et comme un tout (idem pour la centaine) et de la verbalisation pour atteindre l'abstraction.

Base et position

Quelques observations sur la base.

Regroupement par 10 (Car base 10) :

- Pourquoi la base dix ? (Cf histoire de la numération... les élèves sont preneurs! Cf R. Charnay Cap Maths). Communauté d'apprenants...
- Cela fait appel à ce qu'on appelle en mathématiques la relation d'équivalence. Ce travail sur la relation d'équivalence est initié dès l'école maternelle... et cela a toute son importance! Car sans ce travail préalable avec accès à une compréhension empirique, il y aura des problèmes de certitude lors du travail sur les regroupements...

Base et position

Quelques observations sur la position.

- Pourquoi la position ? (Cf histoire de la numération... les élèves sont preneurs! Cf R. Charnay Cap Maths). Communauté d'apprenants...
- Travailler le lien base/position en travaillant sur la base
- Codage couleurs ?

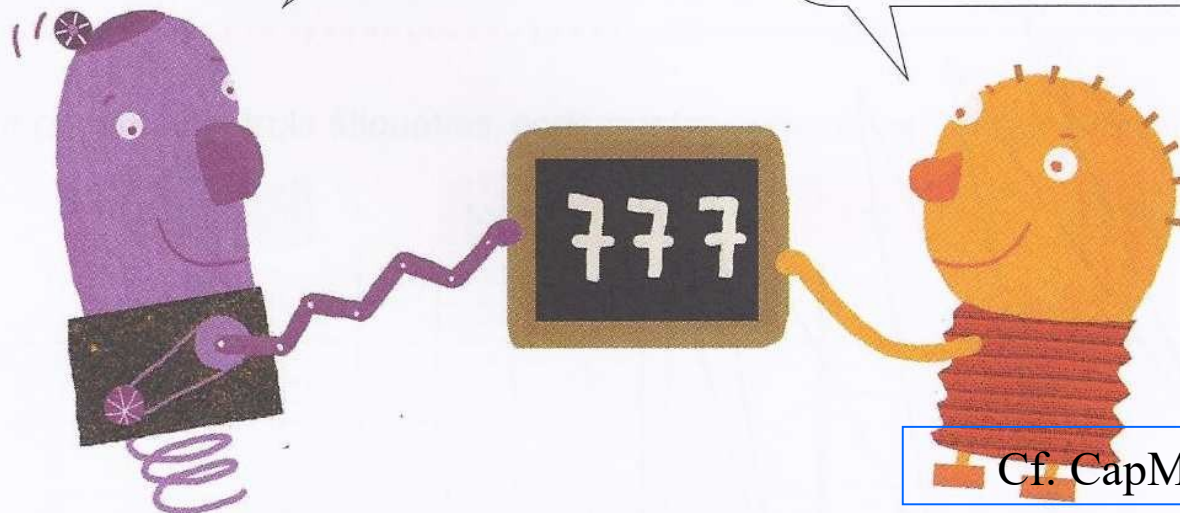
...	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	...
-----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

...	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	...
-----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

2

Tous les chiffres sont pareils !

Oui ! Mais, ils ne veulent pas tous dire la même chose.

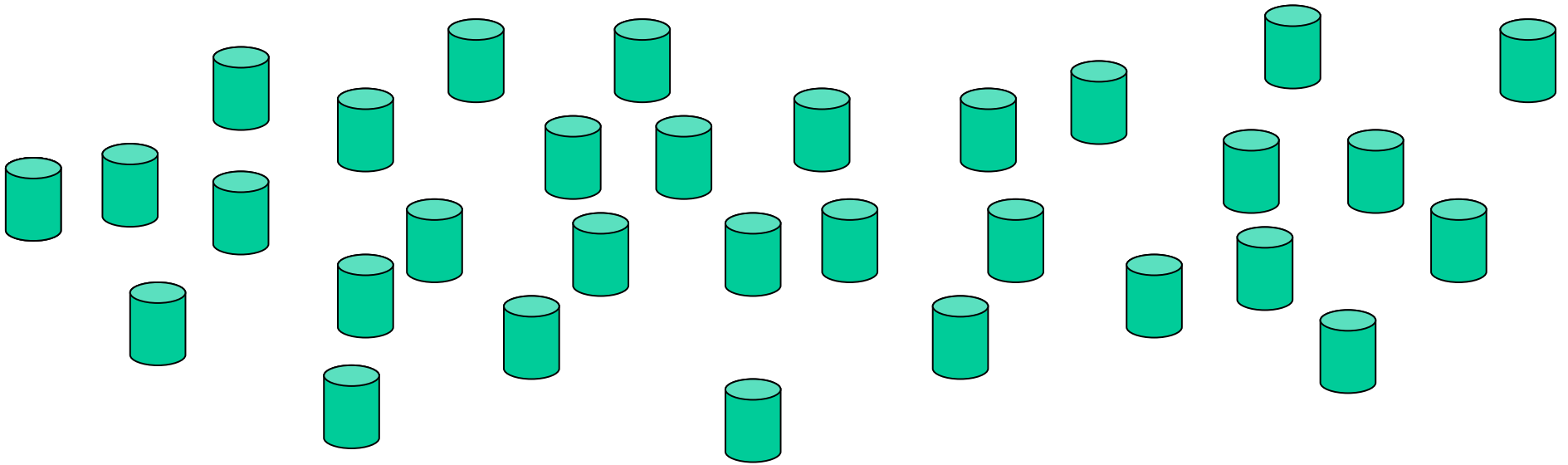


Cf. CapMath. CE2

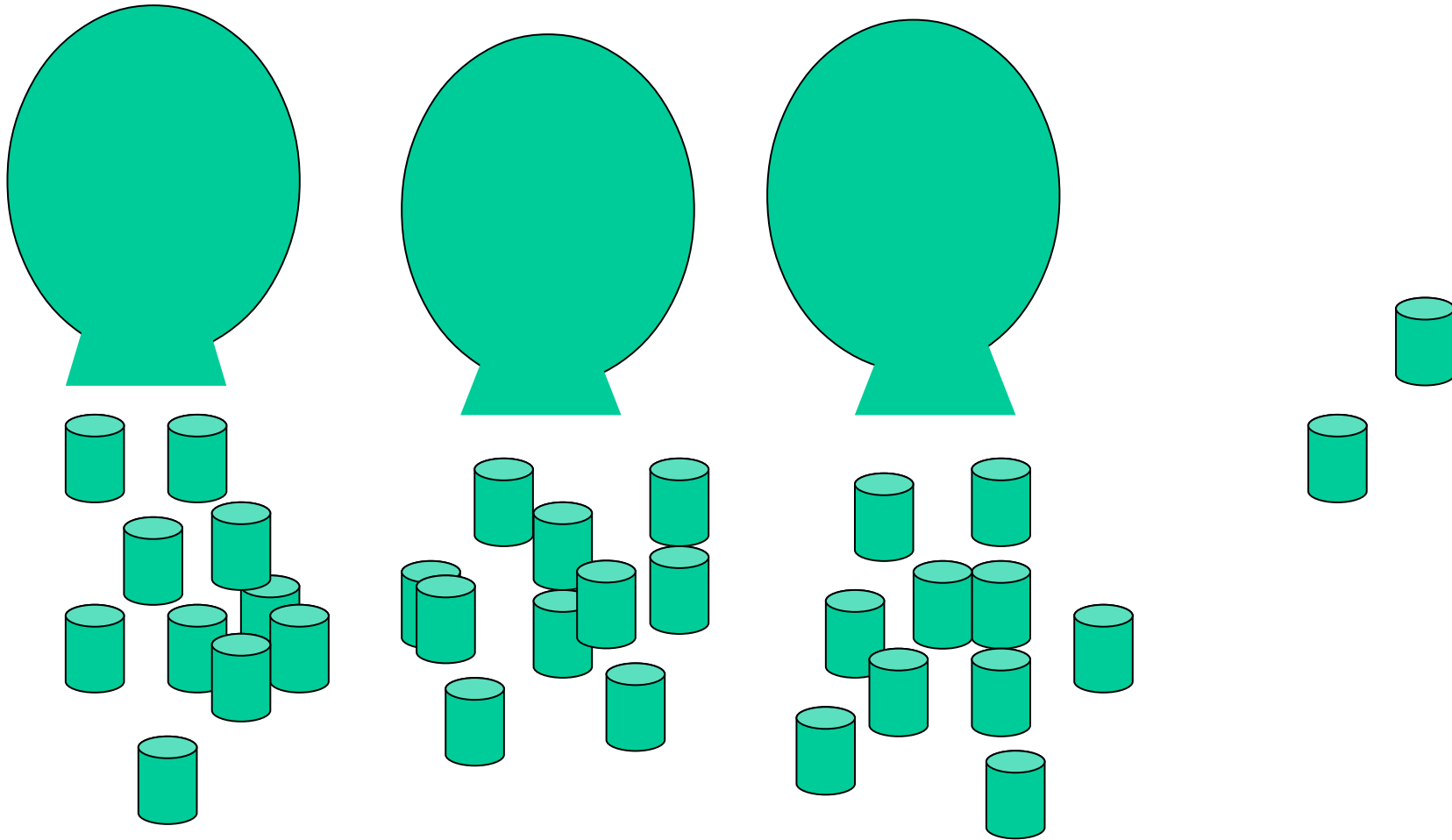
44

4⁴

Travail sur le regroupement par dix

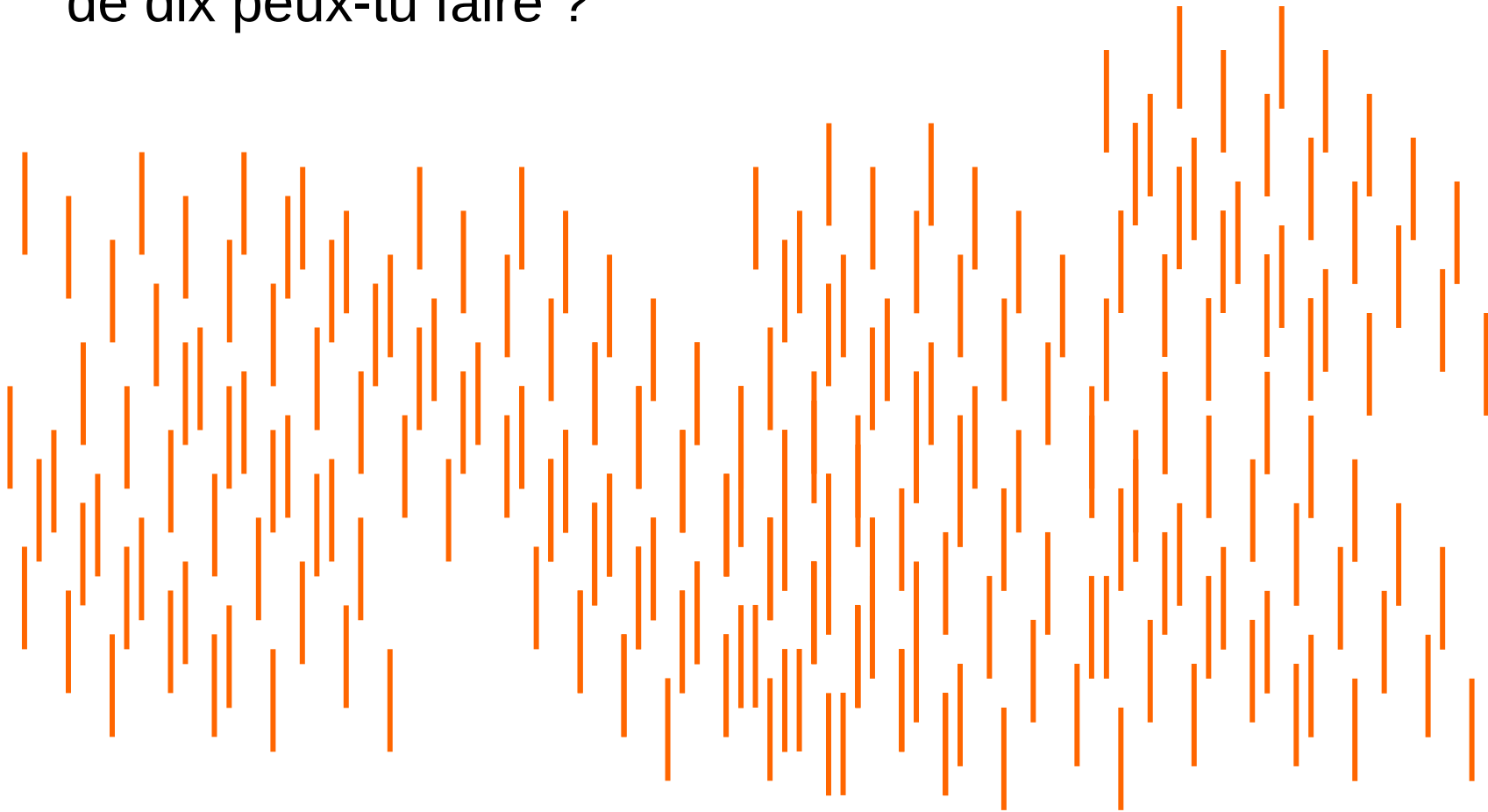


Travail sur le regroupement par dix



Travail sur le regroupement par dix

Si je te donne tous ces objets combien de paquets de cent et de dix peux-tu faire ?

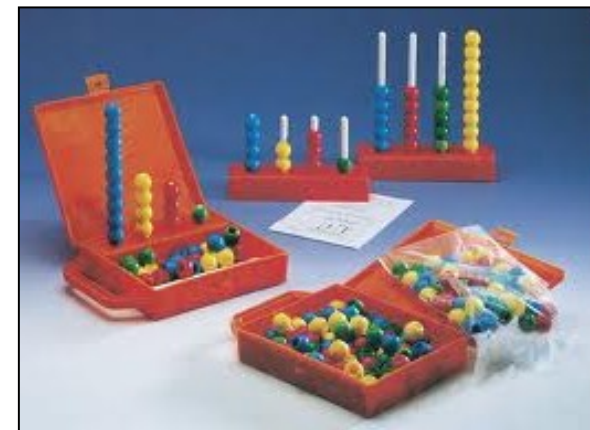


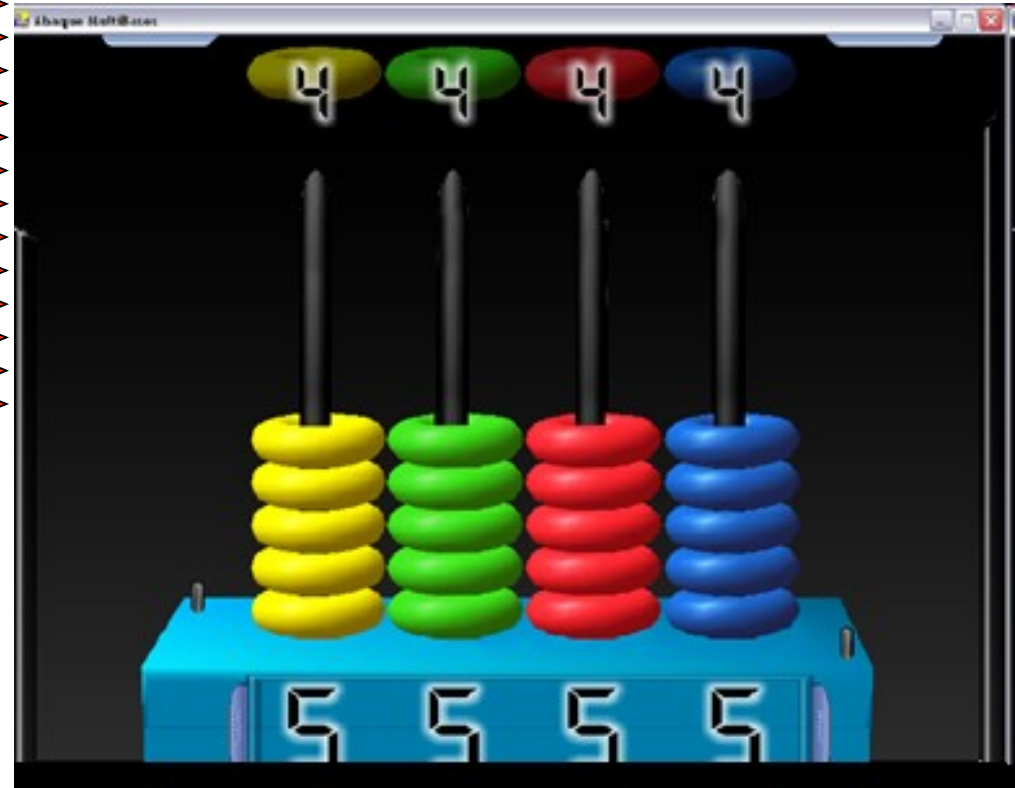
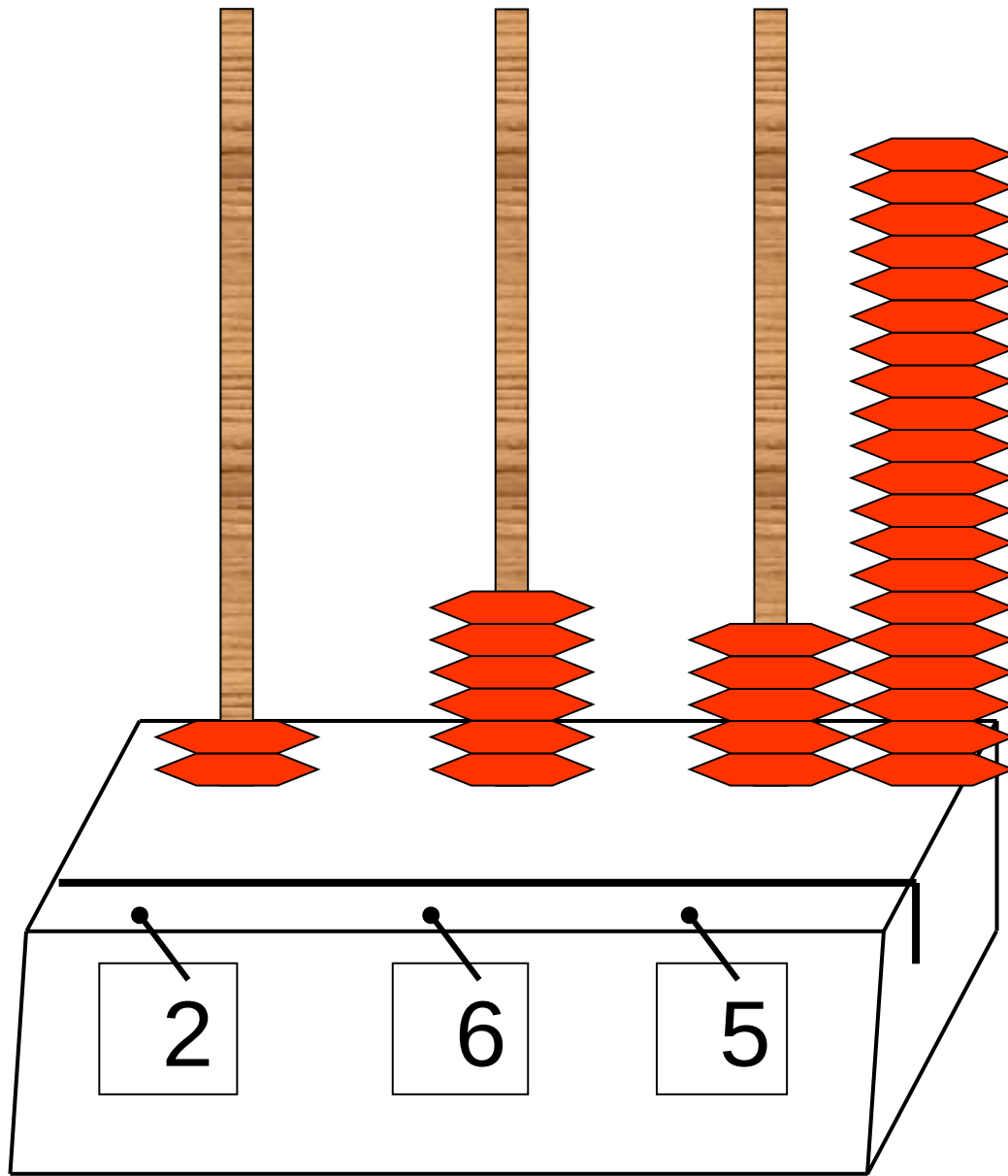
Travail sur le regroupement par dix

Utilisation de différents matériels pour accommoder les connaissances numériques : bâtonnets, multibases...



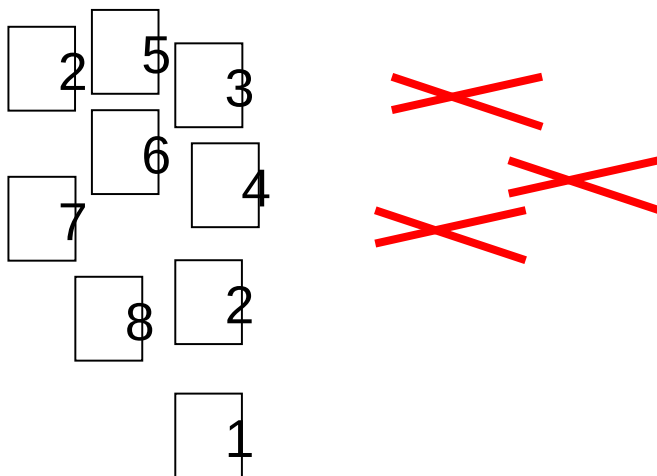
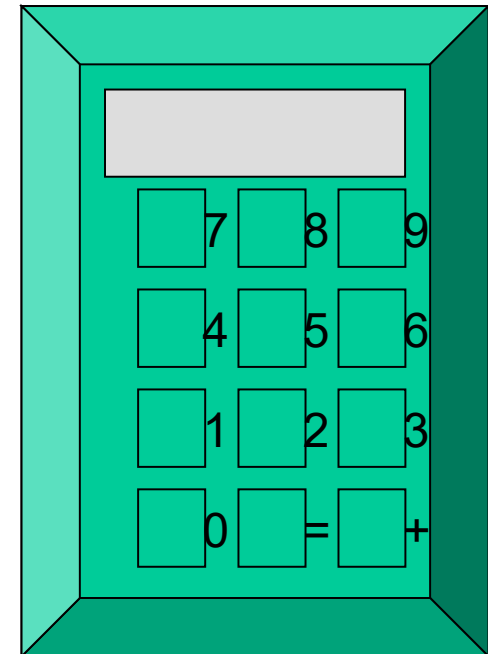
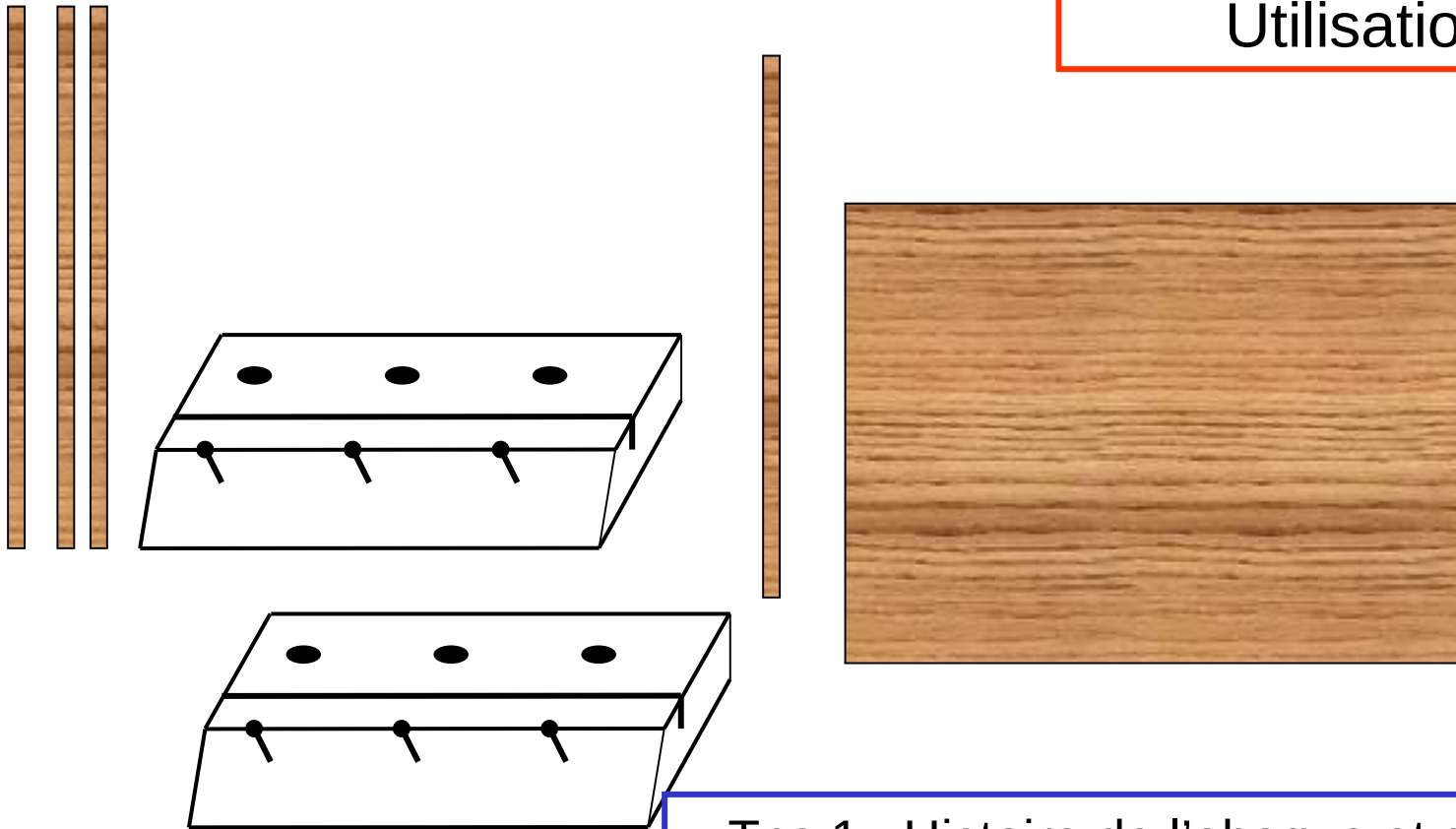
Utilisation de l'abaque?





Restructuration opératoire

Utilisation de l'abaque



Tps 1 : Histoire de l'abaque et des abacistes

Tps 2 : Appropriation de l'abaque

Tps 3 : Compter sur l'abaque

Tps 4 : Restructuration opératoire : l'addition

Tps 5 : Restructuration opératoire : la soustraction

Comprendre le système de numération (2)

Importance du travail effectif de manipulation autour de groupements et échanges pour la distinction valeur/quantité liée à la place du chiffre dans l'écriture du nombre :

o jeux du type de celui du Banquier avec échange 1 pour 5 dans un premier temps, puis 1 pour 10

o jeux du type de celui de Carrelages où les élèves doivent recouvrir exactement des rectangles avec des carreaux unités et des barres de 10 carreaux (10x1 et 5x2) en passant commande

Comprendre le système de numération (3)

Concevoir la dizaine en manipulant et verbalisant..

>>> Les « uns » qui demeurent : bâchettes avec élastique, perles enfilées sur un fil...(dans la dizaine que l'on constitue, chaque unité reste présente)

>>> Les « uns » qui s'échangent, mais restent visibles : échange de Dés (petits cubes) contre une barre, de barres contre une plaque, de plaque contre un cube (matériel multi-bases). Le dix, le cent... portent un nom (barre, plaque)

>>> Les «uns» qui disparaissent mais laissent une trace symbolique : principe de l'argent, les 1 ont disparu dans le billet sur lequel est inscrit le 10, un pas vers l'abstraction

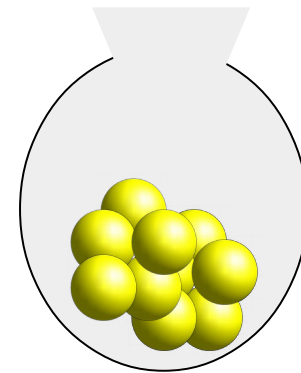
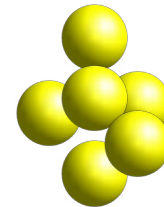
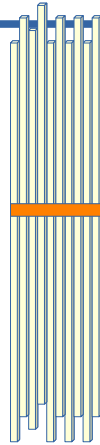
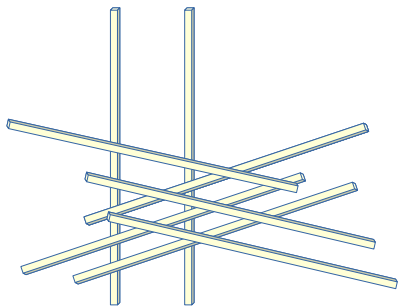
>>> Changer le matériel ” matériel Montessori/Faure, jeu du banquier...

Etc... mais toujours faire, dire, représenter ???

Comprendre le système de numération (3)

Concevoir la dizaine en manipulant et verbalisant..

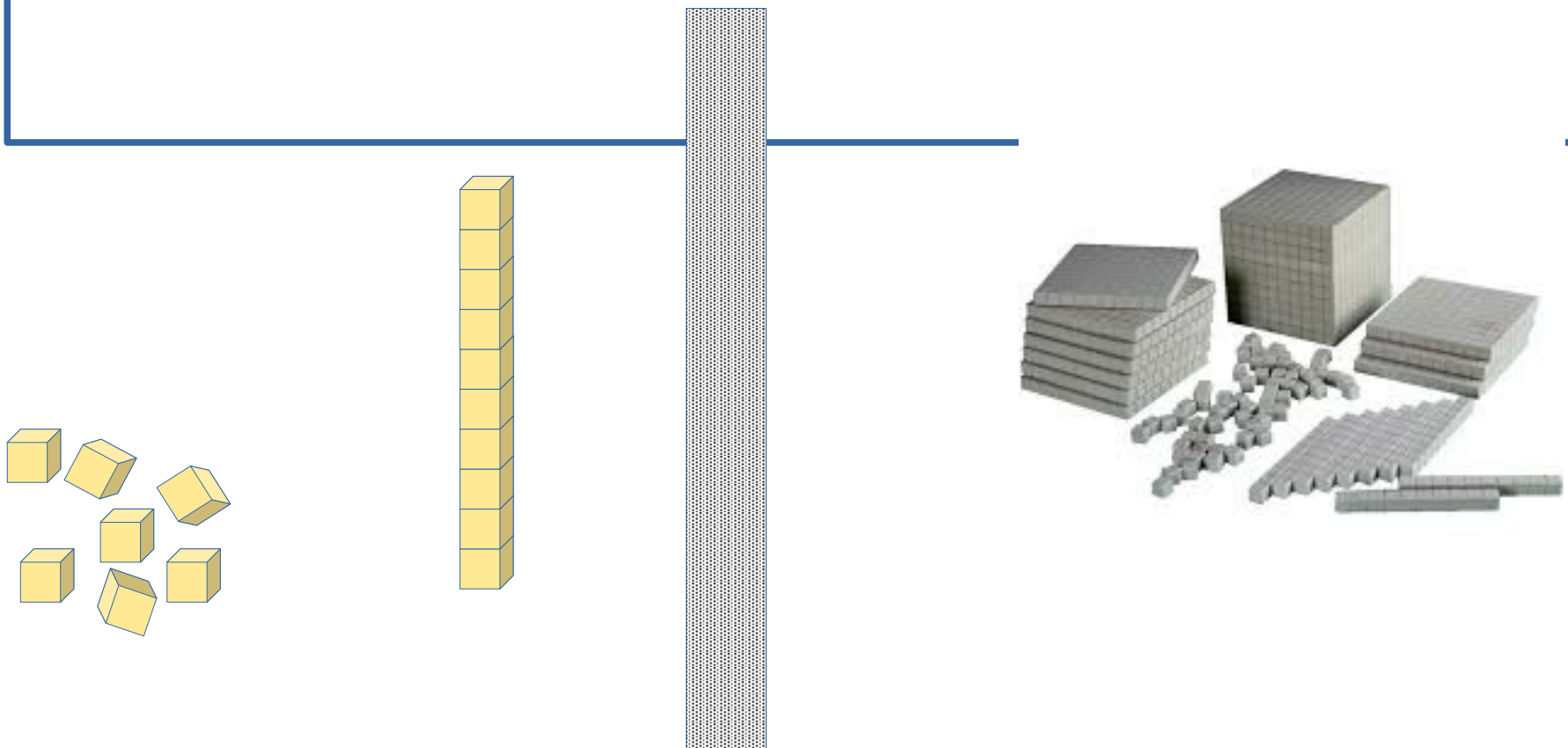
>>> Les « uns » qui demeurent : bûchettes avec élastique, perles enfilées sur un fil...(dans la dizaine que l'on constitue, chaque unité reste présente)



Comprendre le système de numération (3)

Concevoir la dizaine en manipulant et verbalisant..

>>> Les « uns » qui s'échangent, mais restent visibles : échange de Dés (petits cubes) contre une barre, de barres contre une plaque, de plaque contre un cube (matériel multi-bases). Le dix, le cent... portent un nom (barre, plaque)



Comprendre le système de numération (3)

Concevoir la dizaine en manipulant et verbalisant..

>>> Les «uns» qui disparaissent mais laissent une trace symbolique :
principe de l'argent, les 1 ont disparu dans le billet sur lequel est inscrit le 10,
un pas vers l'abstraction



Des situations de référence

- Les situations de découverte du point de vue algorithmique (dans les deux systèmes de numération) qui amènent à regarder comment s'enchaînent les écritures,
- Les situations d'exploration des règles de la numération orale (écrite avec des mots traduits par des nombres),
- Les situations autour du passage de la numération écrite (chiffrée) de position à la numération orale (utilisant des mots),

- Les situations d'échanges pour travailler l'écriture du nombre,
- Les situations de groupements (rendus nécessaires quand il s'agit de dénombrer des collections importantes),
- Les situations qui amènent à repenser les groupements par rapport aux échanges

Les unités de numération

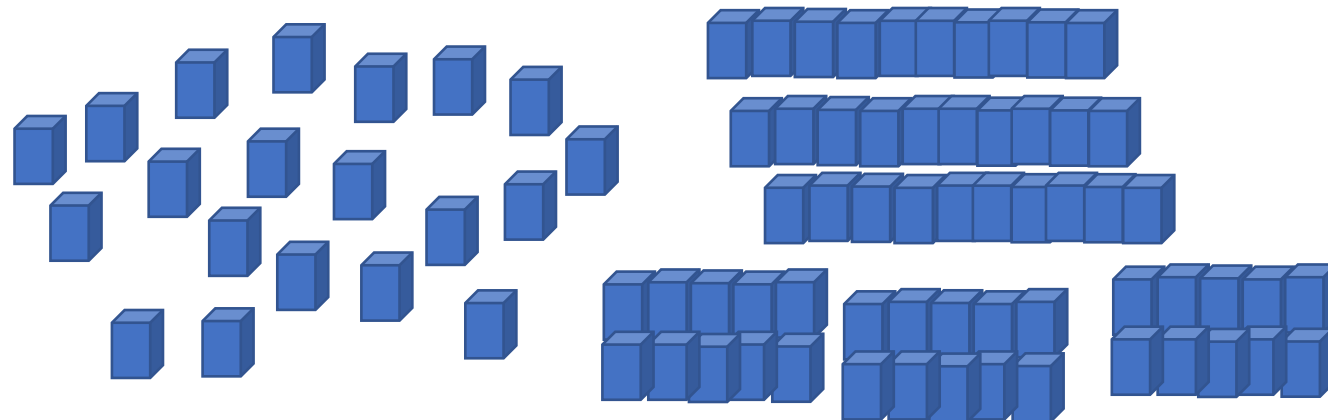
- Les mots : unités, dizaines, centaines, milliers, etc. désignent des unités de compte, appelées unités de numération.
- Les relations entre unités sont :
 - de types simples : $10 \text{ unités} = 1 \text{ dizaine}$; $10 \text{ centaines} = 1 \text{ millier}$, etc.
 - Ou plus complexes : $1 \text{ millier} = \text{cent dizaines}$;

ou encore

$4 \text{ milliers} = 4 \text{ fois dix centaines} = 40 \text{ centaines}$

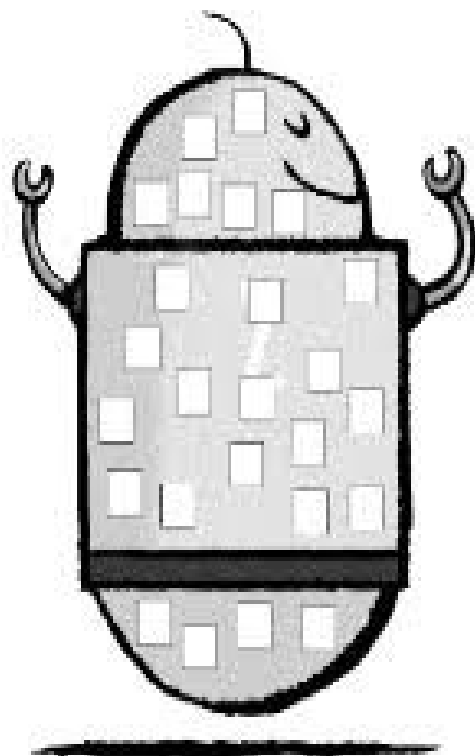
Quelle
manipulation ?

Mise en œuvre B



**Commander juste ce qu'il faut de cubes pour réparer
le ziglotron**

Chercher → Commander →
Vérifier



3 étapes

- Commande orale ou écrite sans contrainte (cubes libres et groupés disponibles à volonté)
- Commande écrite avec contraintes (pas p de 9 cubes libres, bon de commande)
- Commande écrite avec contrainte supplémentaire : (robot non disponible)

Il faut cubes.





Notre commande :




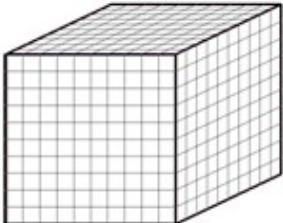
- dizaines de cubes
- cubes à l'unité

Il faut 35 cubes.

Notre commande :

- dizaines de cubes
- cubes à l'unité

<i>Unité</i>	<i>dizaine</i>	<i>centaine</i>	<i>millier</i>
			

<i>Unité</i>	<i>dizaine</i>	<i>centaine</i>	<i>millier</i>
			

<i>Unité</i>	<i>dizaine</i>	<i>centaine</i>	<i>millier</i>
